جلد ۱، شماره ۱ (بهار و تابستان ۱۴۰۰) صص ۱۳-۱
شناسه DOI: 10.22067/tmsj.2021.39659
https://tmsj.um.ac.ir
مقاله علمی-ترویجی

افت نوع اول و دوم درفرآیند یاددهی-یادگیری ریاضی در آموزش عمومی*

ابوالفضل رفیع‌پور

بخش آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان

Rafiepour@uk.ac.ir; drafiepour@gmail.com

چکیده. در این مقاله، ابتدا پدیده افت ریاضی کشور از دو منظر کمی و کیفی بررسی خواهد شد. در ضمن این بررسی، با استفاده از آمارها و نتایج تحقیقات مختلف، این پدیده افت، مورد موشکافی بیشتر قرار خواهد گرفت. در ادامه دو نوع افت در آینه مطالعه تیمز و در آینه آمار وزارت آموزش و پرورش، شناسایی و معرفی می شوند. افت در آینه تیمز (افت نوع اول) به عملکرد ضعیف دانش آموزان ایرانی در مطالعات بین‌المللی اشاره دارد و افت در آینه آمار وزارت آموزش و پرورش (افت نوع دوم)، اقبال کم دانش‌آموزان را برای ادامه تحصیل در رشته ریاضی-فیزیک نشان می‌دهد. مقاله حاضر، علت اصلی این دو نوع افت را عدم توجه به ریاضی ناب معرفی می‌کند. سپس چیستی و حدود و ثغور مفهوم ''ریاضی ناب'' ترسیم می شود. در پایان، راهکارهایی برای تقویت آموزش ریاضی ناب ارائه خواهد شد. این راهکارهای پنجگانه شامل توجه به ریاضیات قومی، استفاده از رویکرد مدل‌سازی و کاربرد برای آموزش ریاضی، تقویت نهادهای مرتبط با عمومی کردن ریاضی، تشویق به درگیر شدن استادان توانمند کشور در فرآیند آموزش معلمان ریاضی در دانشگاه فرهنگیان، برگزاری دوره‌های آموزشی مختلف برای معلمان ریاضی و دانش‌آموزان به منظور آشنایی آنان با ریاضی ناب است.

2020 Mathematics Subject Classification. 97B20, 97C70, 97D10

کلید واژگان. افت ریاضی، ریاضی ناب، آموزش ریاضی زمینه‌مدار، عمومی کردن ریاضی، آموزش معلمان .
تاریخ: دریافت ۹۹/۶/۱ پذیرش ۹۹/۷/۲۹.

* نسخه اولیه و کوتاه‌تر مقاله حاضر در دومین سمینار علوم ریاضی و چالش‌ها ارائه شده است.

۱. مقدمه

گزارش‌های آماری وزارت آموزش و پرورش در مورد جمعیت دانش‌آموزی کشور در رشته‌های مختلف تحصیلی (ریاضی–فیزیک، علوم تجربی و علوم انسانی) در دوره دوم متوسطه نظری، نشان می‌دهد که تمایل دانش‌آموزان برای انتخاب رشته ریاضی–فیزیک، سال به سال کاهش می‌یابد. به گفته مدیر کل آموزش متوسطه نظری[۱] در وزارت آموزش و پرورش، فقط ۱۰ درصد از دانش‌آموزان دوره متوسطه نظری، رشته ریاضی–فیزیک را برای ادامه تحصیل در سال تحصیلی ۹۹–۱۳۹۸ انتخاب کرده‌اند. این در حالی است که ۴۱ درصد دانش‌آموزان رشته علوم تجربی و ۲۶ درصد دانش‌آموزان نیز رشته علوم انسانی را انتخاب کرده بودند. این افت کمی تعداد دانش‌آموزان در رشته ریاضی–فیزیک، باعث ایجاد نگرانی‌هایی در خصوص نیروی کار مورد نیاز کشور در آینده شده است. به گونه‌ای که همه سازمان‌ها و نهادهای مرتبط با آموزش کشور، نسبت به این مسئله، واکنش نشان داده‌اند. همین پدیده افت، انگیزه اصلی برگزاری سمینارهای مختلف به منظور بررسی همه جانبه این پدیده بوده است. لازم به ذکر است که این اولین باری نیست که تعداد دانش‌آموزان رشته ریاضی–فیزیک با کاهش جدی مواجه می‌شود. مشابه همین پدیده در دهه ۱۳۶۰ شمسی نیز رخ داده بود که مسئولان وقت با اندیشیدن برخی تمهیدات، توانستند جمعیت دانش‌آموزی کشور در رشته ریاضی–فیزیک را افزایش بدهند [۲]. البته پدیده افت کمی تعداد دانش‌آموزان ورودی به رشته ریاضی–فیزیک تنها چالش نظام آموزشی کشور نیست بلکه افت دیگری را نیز می‌توان در آینه مطالعه بین‌المللی تیمز[۲] مشاهده کرد که در آن عملکرد ریاضی دانش‌آموزان ایرانی در مقایسه با عملکرد ریاضی همتایان‌شان در سایر کشورهای جهان، مطلوب نیست. در وضعیت کنونی، توجه بسیاری از صاحب‌نظران و متخصصان، به سمت تعداد کم دانش‌آموزان که مایل به ادامه تحصیل در رشته ریاضی–فیزیک معطوف شده است، در حالی که باید به جنبه دیگری از افت ریاضی (که نشان دهنده عملکرد ضعیف دانش‌آموزان ایرانی در مقایسه با همتایان‌شان در سطح جهان است)، نیز پرداخته شود. در این مقاله، از واژه ”افت نوع اول“ برای ارجاع به پدیده ضعف عملکرد دانش‌آموزان ایرانی در مطالعات بین‌المللی استفاده شده است. برای پدیده کاهش تعداد دانش‌آموزان در رشته ریاضی–فیزیک، واژه ”افت نوع دوم“ به کار گرفته شده است. به زعم نگارنده، توجه به افت نوع اول مهم‌تر و مقدم‌تر از اهتمام به افت نوع دوم است. در ادامه، این دو نوع افت با شرح و بسط بیشتری توضیح داده خواهند شد.

۲. افت نوع اول (عملکرد ریاضی دانش آموزان ایرانی در مطالعه تیمز)

میانگین نمره دانش آموزان ایرانی شرکت‌کننده در مطالعه بین‌المللی تیمز در طی سالهای ۱۹۹۵ تا ۲۰۱۵ پایین‌تر از میانگین بین‌المللی بود. مطالعه تیمز یک مطالعه بر مبنای برنامه درسی ریاضی کشورهای شرکت

---

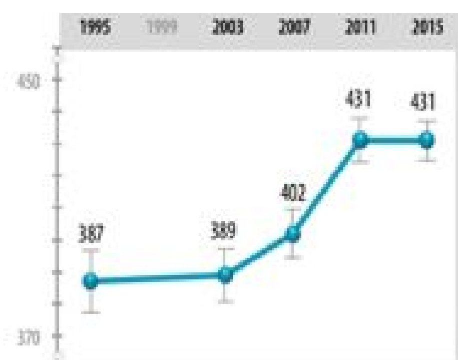
[۱] https://www.medu.ir/fa/news/item/۹۰۸۸۱۷

[۲] (TIMSS) Trend International Mathematics and Science Study

کننده در مطالعه است که هر چهار سال یک بار در پایه های چهارم و هشتم، برگزار می‌شود[۳]. برنامه درسی ریاضی مطالعه تیمز بر اساس نقاط مشترک برنامه درسی ریاضی کشورهای شرکت کننده در مطالعه تدوین می‌شود و سوالات آزمون بر اساس این برنامه درسی طراحی می‌شوند. طبق گزارش‌های مطالعه تیمز، میزان هم‌پوشانی سوالات مطالعه تیمز با برنامه درسی ریاضی اعلام شده از طرف مجری مطالعه تیمز در ایران، بالای ۹۰ درصد بوده است، اما عملکرد ریاضی دانش‌آموزن ایرانی شرکت کننده در مطالعه تیمز در هر دو پایه چهارم و هشتم، اختلاف معناداری با میانگین بین‌المللی دارد. جدول ۱ نشانگر میانگین عملکرد ریاضی دانش‌آموزان پایه چهارم ایرانی در مطالعه تیمز از سال ۱۹۹۵ تا سال ۲۰۱۵ است. نمودار شماره ۱ نیز روند تغییر نمره عملکرد ریاضی دانش‌آموزان ایرانی را در پایه چهارم از سال ۱۹۹۵ تا سال ۲۰۱۵ نشان می‌دهد[۴]. لازم به ذکر است که میانگین نمرات در مطالعه تیمز ۵۰۰ و انحراف استاندارد ۱۰۰ می‌باشد. بنابراین اطلاعات جدول ۱ نشان می‌دهد که میانگین نمره دانش‌آموزان ایرانی شرکت کننده در مطالعه تیمز، حدود یک انحراف استاندارد پایین‌تر از میانگین بین‌المللی است.

جدول ۱: میانگین عملکرد دانش‌آموزان ایران در درس ریاضی پایه چهارم ابتدایی

سال	۱۹۹۵	۲۰۰۳	۲۰۰۷	۲۰۱۱	۲۰۱۵
میانگین نمره ریاضی	۳۸۷	۳۸۹	۴۰۲	۴۳۱	۴۳۱



نمودار ۱: روند تغییر نمره عملکرد ریاضی دانش‌آموزان ایرانی در پایه چهارم از سال ۱۹۹۵ تا سال ۲۰۱۵.

جدول ۲ رتبه ایران را در مقایسه با کل کشورهای شرکت کننده در مطالعه تیمز نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در سال ۱۹۹۵ بیست و شش کشور در مطالعه تیمز شرکت داشتند و ایران از آخر دوم شده است. نتایج مطالعه تیمز ۱۹۹۵ کمی بعدتر و در سال ۱۹۹۸ منتشر شد و این نتیجه با اول شدن تیم المپیاد

[۳] برای توضیحات بیشتر، به وبسایت مطالعه تیمز به آدرس https://timssandpirls.bc.edu مراجعه شود.

[۴] تا ماه اوت ۲۰۲۰ نتایج مطالعه تیمز ۲۰۱۹ منتشر نشده بود.

ریاضی ایران، همزمان شد. در آن زمان، نتایج مطالعه تیمز برای بسیاری از ریاضیدان‌ها و اعضای جامعهٔ آموزشي ایران باورپذیر نبود [۶]، اما باید توجه داشت که نتایج دانش‌آموزان ایرانی در مطالعه تیمز و المپیاد ریاضی دو مقوله جدا از هم هستند.

جدول ۲: رتبه دانش‌آموزان ایرانی در درس ریاضی پایه چهارم ابتدایی

سال	۱۹۹۵	۲۰۰۳	۲۰۰۷	۲۰۱۱	۲۰۱۵
رتبه ایران	۲۵	۲۲	۲۸	۴۳	۴۳
تعداد کشورهای شرکت کننده	۲۶	۲۵	۳۶	۵۰	۴۹

عملکرد ریاضی دانش‌آموزان ایرانی پایه هشتم نیز در مطالعه تیمز مطلوب نبود و در تمام سال‌های برگزاری این مطالعه، میانگین نمره دانش‌آموزان ایرانی پایه هشتم که در مطالعه تیمز شرکت داشتند، پایین‌تر از میانگین بین‌المللی بود. جدول ۳ نشانگر میانگین عملکرد ریاضی دانش‌آموزان پایه هشتم ایرانی در مطالعه تیمز از سال ۱۹۹۵ تا سال ۲۰۱۵ است. نمودار شماره ۲ نیز روند تغییر نمره عملکرد ریاضی دانش‌آموزان ایرانی را در پایه هشتم از سال ۱۹۹۵ تا سال ۲۰۱۵ نشان می‌دهد.

جدول ۳: میانگین عملکرد دانش‌آموزان ایرانی در درس ریاضی پایه هشتم

سال	۱۹۹۵	۱۹۹۹	۲۰۰۳	۲۰۰۷	۲۰۱۱	۲۰۱۵
میانگین نمره ریاضی	۴۱۸	۴۲۲	۴۱۱	۴۰۳	۴۱۵	۴۳۶



نمودار ۲: روند تغییر نمره عملکرد ریاضی دانش‌آموزان ایرانی در پایه هشتم از سال ۱۹۹۵ تا سال ۲۰۱۵.

جدول ۴ رتبه دانش آموزان ایرانی پایه هشتم را در مقایسه با کل کشورهای شرکت کننده در مطالعه تیمز (پایه هشتم) نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در سال ۱۹۹۵، چهل و یک کشور در مطالعه تیمز شرکت داشتند و ایران از آخر پنجم شده است.

جدول ۴: رتبه دانش‌آموزان ایرانی در درس ریاضی پایه هشتم

سال	۱۹۹۵	۱۹۹۹	۲۰۰۳	۲۰۰۷	۲۰۱۱	۲۰۱۵
رتبه ریاضی	۳۷	۳۳	۳۴	۳۴	۳۲	۲۹
تعداد کشورهای شرکت کننده	۴۱	۳۸	۳۶	۴۹	۴۲	۳۹

همانطورکه در جدول‌های ۱ و ۳ (به همراه نمودارهای ۱ و ۲) دیده می‌شود، روند عملکرد ریاضی دانش‌آموزان ایرانی شرکت کننده در مطالعه تیمز تغییر چندانی نداشته است. حتی تغییر اخیر کتاب‌های درسی ریاضی مدرسه‌ای نیز اثر معناداری بر عملکرد ریاضی دانش‌آموزان ایرانی شرکت کننده در مطالعه تیمز نگذاشته است. گویا و غلام‌آزاد [۱۳] دلایلی را برای عدم موفقیت تغییر اخیر کتابهای درسی ریاضی برشمردند. دلایلی که می‌تواند توجیه‌گر تداوم عملکرد ضعیف دانش‌آموزان ایرانی شرکت کننده در مطالعه تیمز باشد. به برخی از این عوامل در ادامه اشاره شده است.

- عدم انسجام نظری برنامه درسی ریاضی؛
- ترکیب و به‌کارگیری نظریه‌های مختلف و گاهی متناقض؛
- استفاده سطحی از یافته های پژوهشی در نوشتن کتاب‌های درسی؛
- عدم حمایت از معلمان ریاضی در اجرا (آموزش‌های ضمن خدمت)؛
- ضعف آموزش های پیش از خدمت در دانشگاه فرهنگیان.

۳. افت نوع دوم (آمار پایین دانش آموزان در رشته ریاضی-فیزیک)

۱- بر اساس آمار نیمه رسمی (آمار اعلام شده در رسانه‌ها توسط مسئولین وزارت آموزش و پرورش) تعداد کمی از دانش آموزان پایه دهم در متوسطه دوره دوم، رشته ریاضی-فیزیک را برای ادامه تحصیل انتخاب می‌کنند. به گفته مدیرکل دفتر آموزش متوسطه نظری وزارت آموزش و پرورش، در مجموع ۲ میلیون و ۶۲۱ هزار و ۵۱۷ دانش آموز دوره دوم متوسطه در سال تحصیلی ۹۸-۹۷، مشغول به تحصیل هستند. این آمار شامل همه دانش‌آموزان شاغل به تحصیل در همه شاخه های کاردانش، فنی-حرفه‌ای و نظری است. از این تعداد، یک میلیون و ۷۱۳ هزار و ۸۷۲ دانش آموز در شاخه نظری، و بقیه در شاخه فنی-حرفه ای و کار و دانش مشغول به تحصیل هستند. در شاخه نظری، ۱۵/۴۹ درصد از دانش‌آموزان در رشته ریاضی، ۴۳/۴۸ درصد در رشته تجربی، ۴۰/۲۴ درصد در رشته ادبیات و علوم انسانی و ۰/۷۹ درصد در رشته علوم و معارف

اسلامی ادامه تحصیل می‌دهند (خبرگزاری ایرنا[۵]). در اینجا نوع دیگری از افت (افت نوع دوم) نمایان می‌شود. اینکه تعداد اندکی از دانش‌آموزان ایرانی، رشته ریاضی–فیزیک را برای ادامه تحصیل خود در پایه دهم انتخاب می‌کنند. دلایل احتمالی ذیل را می‌توان برای افت نوع دوم برشمرد.

- اثر جامعه (شامل بازار کار و منزلت اجتماعی)؛
- نظر خانواده‌ها در انتخاب رشته فرزندان؛
- توانایی‌های فردی (شامل علاقه و استعداد دانش‌آموزان).

به زعم نگارنده مقاله حاضر، مشکل اصلی در آموزش ریاضی کشور و علت ریشه‌ای افت نوع اول و دوم عدم آشنایی دانش‌آموزان با ریاضی ناب است. ریاضیاتی که در زندگی آینده فردی و اجتماعی آنها نقش کلیدی خواهد داشت و به آنها در حل مسایل دنیای واقعی شان کمک خواهد کرد. در مورد ریاضی ناب در بخش بعدی توضیح مفصلی خواهد آمد. اما قبل از آن، بهتر است به این سوال پاسخ داده شود که اگر به افت نوع اول و دوم و ریشه اصلی آن (نادیده گرفتن ریاضی ناب) توجه نکنیم، چه اتفاقی خواهد افتاد؟

- در صورت تداوم این وضعیت و کاهش تدریجی دانش آموزان در رشته ریاضی–فیزیک، در آینده نزدیک همه مشاغل مرتبط به رشته ریاضی–فیزیک با کمبود نیروی انسانی مواجه خواهند شد. به این ترتیب برای داشتن مهندسان و نیروی فنی محتاج متخصصان سایر کشورهای جهان خواهیم شد و در نتیجه شغل‌های زیادی را در آینده از دست می‌دهیم. همانطور که میلگرام [۱۶] پس از مشاهده عملکرد ریاضی دانش‌آموزان آمریکایی شرکت کننده در تیمز و مقایسه آن با عملکرد ریاضی دانش‌آموزان کشورهای جنوب شرقی آسیا، به این جمع بندی رسید که در آینده بسیاری از مشاغل برای آمریکا از دست خواهند رفت و به جای آن در جنوب شرق آسیا رونق خواهند گرفت. امروزه شاهد آن هستیم که گفته میلگرام به وقوع پیوسته است. در اینجا لازم به ذکر است که امروزه رقابت بین کشورها فقط در بالا بردن سطح عملکرد ریاضی دانش‌آموزان نیست. بلکه رقابت کشورهای دنیا در تسخیر آینده جهان از طریق توسعه زبان‌های ساده برنامه‌نویسی و آشنا کردن کودکان با نحوه تعامل با ربات‌ها است. به طوری که در اسناد بالادستی بسیاری از کشورهای پیشرفته جهان توسعه تفکر محاسباتی (الگوریتم‌نویسی و برنامه‌نویسی) ذکر شده است. در این زمینه استفان [۱۸] به توافق سه وزارتخانه ژاپنی «وزارت آموزش، فرهنگ، ورزش، علوم و فناوری» و «وزارت اقتصاد، تجارت و صنعت» و «وزارت کشور و ارتباطات» در زمینه توسعه تفکر الگوریتمی در دانش آموزان، برای ایجاد اشتغال پایدار در بازار آینده کشور، اشاره می‌کند.
- ریاضی نابود می‌شود و به این ترتیب، روند کلی علم در کشور، آسیب جدی خواهد دید. چراکه یک ملت بدون دستاورد علمی عمیق در حوزه ریاضی خواهیم شد و در ادامه این رکود روی جریان پیشرفت کلی کشور در سایر عرصه‌های علمی و فناوری، نیز اثر نامطلوبی خواهد داشت.

---

[۵] https://www.irna.ir/news/۸۳۱۵۴۵۲۰

۴. ریاضی ناب چیست؟

در بخش قبلی، از عدم توجه به ریاضی ناب به عنوان علت اصلی رخ دادن افت نوع اول و دوم، نام برده شد. اما واقعاً این ریاضی ناب چیست؟ در این بخش تلاش می‌شود با مثال و ضد مثال، چیستی ریاضی ناب تبیین شود. شکل گیری مفهوم ریاضی ناب به دومین سمینار راهبردی انجمن ریاضی ایران باز می‌گردد که در اسفند ماه ۱۳۹۴ در شهر خوانسار برگزار گردید. در یکی از روزهای این سمینار، معاون محترم وزیر آموزش و پرورش در آموزش متوسطه نیز شرکت داشت. در آن سمینار و در حضور معاون محترم وزیر آموزش و پرورش، یک سخنرانی با عنوان نقدی بر محاسبات ذهنی سریع، ارائه کردم. در آن سخنرانی، محاسبات ذهنی سریع با استفاده از چرتکه را که تازه در کشور شروع شده بود، نقد کردم. قبل از سمینار خوانسار، یک جلسه مناظره بین طرفداران و منتقدان برنامه آموزش سریع محاسبه با استفاده از چرتکه در خانه ریاضیات اصفهان برگزار شد. در جلسه مناظره، عنوان شد که بنا به گزارش های پژوهشی، چرتکه به عنوان یک ابزار فرهنگی در برخی جوامع (مثل جامعه چینی های مقیم مالزی) در ارتقا سطح عملکرد حل مسئله مفید بوده ولی برای همه جوامع (مثلا مالاییهای مقیم مالزی) مفید نبوده است (کلمنتس و الرتون [۹]). چراکه در جامعه چینی‌های مقیم مالزی، چرتکه یک ابزار فرهنگی است که در محاسبات روزمره والدین کودکان چینی مقیم مالزی، مورد استفاده قرار می گرفته؛ در حالی که برای سایر خانواده های مالایی، چرتکه چنین ابزاری محسوب نمی‌شده است. بنابراین، بر اساس ادبیات پژوهشی حوزه آموزش ریاضی می‌توان گفت که احتمال اثرگذاری چرتکه ژاپنی بر افزایش توانایی حل مسئله دانش‌آموزان ایرانی، کم است. پس از سمینار خوانسار نیز یک سخنرانی در خانه ریاضیات کرمان حول همین موضوع ارائه نمودم. هسته اصلی همه این سخنرانی‌ها این بود که آموزش محاسبه سریع با استفاده از چرتکه، یک برنامه انحرافی است و از آموزش ریاضی ناب که در خانه‌های ریاضیات کشور دنبال می‌شود، به طور جدی فاصله دارد. اما این روش محاسبه سریع با استفاده از چرتکه ژاپنی (!) در غیاب نظرات کارشناسانه متخصصان به طور قارچ‌گونه در سرتاسر کشور رشد یافتند، به گونه‌ای که در رسانه ملی نیز نفوذ کردند و تبلیغات موسسات مجری برنامه آموزش محاسبه سریع با چرتکه ژاپنی در همه جا از برنامه کودک گرفته تا برنامه عصر جدید، منتشر شد. عدم آگاهی برخی از والدین نسبت به چیستی ریاضی و عدم واکنش سریع و مناسب انجمن‌های علمی ریاضی در سطح کشور می‌توانند از دلایل رشد سریع این روش‌های غیر ریاضی در سطح کشور باشند. آموزش محاسبه سریع با استفاده از چرتکه ژاپنی، ریاضی نیست! چیستی ریاضی در سند برنامه درسی ملی آمده است. در آنجا از ریاضی به عنوان علم مطالعه الگوها و زبان علم یاد شده است و به کاربردهای ریاضی در دنیای واقعی توجه شده است. یک سوال جدی در به چالش کشیدن روش آموزش محاسبه سریع با استفاده از چرتکه ژاپنی، این است که از خود بپرسیم فردی که تحت آموزش محاسبه سریع قرار گرفته است، تا چه اندازه احتمال دارد در آینده یک ریاضیدان برجسته همچون مریم میرزاخانی بشود؟ با بررسی رفتار ریاضی‌وار ریاضیدان‌ها می‌توان گفت با احتمال نزدیک به صفر. برای تصدیق این احتمال نزدیک به صفر نقل قولی از ریچارد فاینمن برنده جایزه نوبل فیزیک، در این زمینه، اشاره می‌شود. فاینمن پس از

بازدید از موسسات برزیل در زمان اقامت خود در آنجا، می‌گوید در این کشور (برزیل) علم ندیدم چون همه چیز حفظی بود و تجربه و آزمایشی وجود نداشت (هیگنسون [۱۴]). اکنون سوالی که مطرح می‌شود این است که تا چه اندازه علوم و ریاضی در کشور ما حفظی است؟ در اثر امواج کنکور سراسری که به پایه‌های پایین دوره ابتدایی نیز نفوذ کرده است، آموزش ریاضی به نکته، تست و تکنیک تنزل یافته است. موسسات آموزش محاسبه سریع با استفاده از چرتکه هم مزید بر علت شده‌اند. اما ادعای مبلغان روش محاسبه سریع ذهنی با استفاده از چرتکه این است که با استفاده از این روش ارتباط و هماهنگی نیمکره چپ و راست در مغز فرد رخ می‌دهد. پاسخ این ادعا را می‌توان در هر دست‌سازه دیگری به غیر از چرتکه ژاپنی نیز یافت. حتی می توان یک دست‌سازه را که ابزار فرهنگی متناسب با جامعه ایرانی است، انتخاب کرد. مبلغان روش محاسبه سریع ذهنی با استفاده از چرتکه، ادعا می‌کنند[۶] که روش آنها چند هوش از هوش‌های چندگانه معرفی شده توسط هوارد گاردنر را در ذهن فعال می‌کند[۷]. نظریه هوش چندگانه گاردنر [۱۱] انواع هوش (شامل هوش منطقی-ریاضی، هوش زبانی-کلامی، هوش دیداری-فضایی، هوش موسیقیایی، هوش بدنی-جنبشی، هوش بین فردی، هوش درون-فردی، هوش طبیعت‌گرا، هوش هستی‌گرا) را به جای تعبیر سنتی از هوش، معرفی کرد. این ادعای طرفدارن آموزش محاسبه سریع با استفاده از چرتکه، در حالی مطرح می‌شود که خود گاردنر در [۱۲] دیدگاه جدیدی را ارائه نموده و از نظریه هوش چندگانه خود عبور کرده است. او نظریه "پنج ذهن برای آینده"[۸] را معرفی کرد که بیشتر یک سیاستگذاری آموزشی برای آینده است. این پنج ذهن شامل ذهن تخصص محور، ذهن ترکیب‌گر، ذهن خلاق، ذهن احترام‌گذار و ذهن اخلاق‌مدار هستند. به طور خلاصه می‌توان گفت روش‌های انجام محاسبه سریع، محاسبه با استفاده از چرتکه ژاپنی، و نکاتی برای یافتن راه میان‌بر (آنچه برای کنکور ضروری می‌دانند) ریاضی ناب نیستند. اما ریاضی ناب چیست؟ ریاضیاتی که فرد را وادار به تفکر می‌کند و لذت حل مسئله را به او می چشاند. در فرآیند حل مسئله ریاضی یک حالت عدم تعیین وجود دارد که زیباست ولی بسیاری از ریاضی‌کاران کمتر آن را تجربه کرده‌اند. این همان حالتی است که پولیا [۱] از آن تعبیر به طعم تمشک کرده است. در این زمینه لازم است که انجمن ریاضی ایران نقش مرجعیت خود را ایفا کند و ریاضی ناب را با ارائهٔ مثال‌های مناسب معرفی کند و همین طور اعلام نماید که «محاسبه سریع با استفاده از چرتکه ژاپنی، ریاضی نیست».

۵. راهکارهایی برای دستیابی به ریاضی ناب

در بخش های قبلی در مورد افت نوع اول و دوم صحبت شد و علت اصلی این دو نوع افت در مفهوم ریاضی ناب ریشه‌یابی شد. در ادامه پنج راهکار برای دستیابی به ریاضی ناب، آمده است. دو راهکار اول

---

[۶] اینها در سطح ادعا مطرح شده‌اند و برای اثبات این ادعاها، ارائه نتایج تحقیق‌های عمیق و دقیق ضروری هستند.

[۷] ابزارها و فعالیت‌های دیگری (همچون برنامه نویسی با برنامه اسکرتچ) وجود دارند که می توانند دست کم ۷ هوش اول از هوش‌های چندگانه گاردنر را درگیر کند.

[۸] Five Mind for Future

برآمده از تجربه زیسته نگارنده در پژوهش‌های حوزه مدل‌سازی و کاربردها در آموزش ریاضی است. سه راهکار بعدی بر اساس تجربیات علمی-اجرایی نگارنده به عنوان مدرس دوره‌های ضمن خدمت و کارگاه‌های گوناگون، مدرس درس‌های مختلف در دانشگاه فرهنگیان، مدیر خانه ریاضیات کرمان و نایب رییس شورای خانه‌های ریاضیات کشور است.

۱.۵ استفاده از ریاضیات قومی به عنوان مثالی از ریاضی ناب منظور از ریاضی قومی شناسایی عناصر ریاضی در گروه های مختلف قومی است. این واژه در سال ۱۹۸۴ توسط دی‌آمبروسیو، ریاضی‌دان برزیلی ابداع شد (دی‌آمبروسیو، [۱۰]). به عقیده بارتن [۸] ریاضیات قومی شامل برنامه‌ای است که به بررسی راه‌های فهمیدن، بیان و به کار بردن مفاهیم و شیوه‌های ریاضی در گروه‌های مختلف فرهنگی می‌پردازد، که همچنین می‌تواند به عنوان شیوه‌های جدید ریاضی نیز شناسایی شود. در همه اقوام برخی از مفاهیم و مولفه های ریاضی در زندگی روزمره به کار برده می‌شود و با انجام تحقیق و شناسایی این مولفه‌های ریاضی، می‌توان مسایل ریاضی مرتبط با آن را در روند یاددهی-یادگیری ریاضی مورد استفاده قرار داد. به مسأله ریاضی قومی زیر که مربوط به فرشبافی است (برگرفته از مرادعلی زاده و رفیع پور، [۷])، توجه کنید.

- یک قالیباف برای اینکه دست مایه‌ی کار خود را با قیمت مناسب به فروش برساند باید قواعد حاکم بر شکل هندسی قالی که معمولا مستطیل است، را بداند. به عنوان مثال قالیباف می‌داند در قالی‌هایی که عرض آنها ۳ متر و طول آن ۴ متر است، اندازه‌ی قطر ۵ متر خواهد بود. اگر این اندازه، همان اندازه به دست آمده باشد نشان دهنده‌ی این است که همه اصول قالیبافی رعایت شده، در غیر این صورت نقایص قالی را به نماش می‌گذارد. به عنوان مثالی دیگر اندازه حاشیه قالی به کل قالی برابر است با یک سوم نصف عرض قالی و یا دو ششم عرض قالی.
- در بعضی قالی‌ها، نقشه و طرح آن یکسره است و شباهت‌هایی بین قسمت‌های مختلف قالی وجود ندارد (در واقع تقارنی در قالی وجود ندارد). در این قالی‌ها معمولا یک نفر، کار بافت قالی را انجام می‌دهد. در بعضی از قالی‌ها، نصف نقش آن تهیه می‌شود و دو نیمه قالی عیناً شبیه به هم هستند. بافت این قالی ها به طور همزمان توسط دو نفر بافته می‌شود. به این ترتیب که یکی از قالیبافان نقشه‌خوانی می‌کند و از نیمه‌ی مرکزی قالی به سمت راست می‌بافد و قالیباف دیگر از نیمه‌ی مرکزی قالی به سمت چپ می‌بافد.

۲.۵ استفاده از مسایل مدل‌سازی و کاربرد در آموزش ریاضی به عنوان مثالی دیگر از ریاضی ناب
منظور از مدل‌سازی و کاربرد در آموزش ریاضی فرآیندی است که با یک مسئله که در موقعیت دنیاي واقعي قرار دارد، شروع می‌شود. سپس با صورتبندي مسئله دنیاي واقعي و تبدیل آن به یک مسئله ریاضي، دنبال می‌شود. در ادامه، این مسئله ریاضي در دنیای ریاضی حل می‌شود. درنهایت این جواب که در دنیاي ریاضي به دست آمده است باید به دنیاي واقعي برده شود تا با زمینه واقعي مسئله متناسب گردد. در این قسمت ممکن است جواب دنیاي ریاضي نیاز به تفسیر داشته باشد. بعد از تفسیر جواب، میزان دقت آن در دنیای واقعی

سنجیده می‌شود تا در صورت لزوم، چرخه مدلسازی دوباره تکرار شود تا جوابی معنادار برای مسأله به دست آید (ورشافل [۱۹] و کیاسر و شوارتز [۱۵]). مثال زیر، برگرفته از مقاله عبدالله‌پور و رفیع‌پور [۵]، مسئله‌ای را معرفی می‌کند که بر اساس یک تجربه از دنیای واقعی طراحی شده است.

- **(مسئله نان شهری و نان محلی)** در زمستان سال ۱۳۹۲، برنامه خبری شبکه استانی کرمان اعلام کرد که در رودبار جنوب کرمان، تعداد کمی از مردم برای خرید نان به نانوایی‌ها مراجعه می‌کنند و بیشتر مشتریان نانوایی‌ها، مسافران هستند. از طرف دیگر، اکثر مردم نان خود را در خانه پخت می‌کنند. استدلال کنید که خرید نان شهری به صرفه‌تر است یا پخت نان محلی؟ دلایل خود را به زبان ریاضی بیان کنید.

۳.۵ توجه به نهادهایی که به عمومی کردن ریاضی می پردازند خانه‌های ریاضیات یکی از نهادهایی هستند که به نهادینه شدن آموزش ریاضی ناب در کشور، کمک کرده‌اند. لازم است توجه بیشتری به خانه‌های ریاضیات معطوف شود تا فعالیت‌های مفید آن بیش از پیش گسترش یابد. در این زمینه لازم است قدر داشته‌هایمان را بدانیم و جلوی انحراف‌های احتمالی را بگیریم، چرا که بسیاری از موسسات مبلغ محاسبه سریع ذهنی با استفاده از چرتکه به دنبال سوءاستفاده از شهرت خانه‌های ریاضیات برای کسب سود بیشتر بودند، اما با هوشیاری مسئولان شورای خانه‌های ریاضیات کشور، جلوی این انحراف گرفته شد. خانه‌های ریاضیات کارکردهای مختلفی دارند. بخشی از این کارکردها در مقالات مختلف مانند [۳، ۴] به تصویر کشیده شده‌اند. اما یکی از کارکردهای مهم خانه‌های ریاضیات ارتقاء سطح فرهنگی جامعه است که ارتباط نزدیکی با ریاضی قومی دارد. به عنوان مثال، خانه‌های ریاضیات می‌توانند با بیان تاریخ ریاضی در بین عموم مردم، ریاضیات فرهنگ مبنا را گسترش دهند. منظور از ریاضیات فرهنگ مبنا، ریاضیاتی است که توسط هر فرهنگ با مشخصات خاص تولید می‌شود. ریاضیات مبتنی بر فرهنگ برای اولین بار توسط بیشاپ[۹] (نقل شده در کلمنتس و الرتون [۹])، در سال ۱۹۹۸ مطرح شد، او معتقد بود که ریاضیات مستقل از فرهنگ نیست و همه اقوام دنیا در توسعه دانش ریاضی نقش داشته‌اند، در حالی که در حال حاضر فقط ریاضیات غربی است که در ریاضیات رسمی مدرسه‌ای گنجانیده شده است.

۴.۵ توجه به آموزش معلمان ریاضی در دانشگاه فرهنگیان پیش از آنکه معلمان با ریاضی ناب آشنا شوند، نمی‌توان انتظار داشت که دانش‌آموزان قادر به شناسایی ریاضی ناب باشند. برای این کار لازم است بیش از پیش، اساتید ریاضی مجرب با دانشگاه فرهنگیان همکاری نمایند و دست کم سالیانه یک درس را در دانشگاه فرهنگیان تدریس نمایند. اتفاقی که در سالهای اخیر رخ داده منجر به فاصله گرفتن اساتید مجرب ریاضی از دانشگاه فرهنگیان شده است، در حالی که معلمان ریاضی آینده، پرورش دهنگان نسل آینده کشور در عرصه ریاضی خواهند بود. پس لازم است در حد توان به آموزش بهتر معلمان ریاضی آینده همت گماشته شود. در این

[۹] Bishop

زمینه لازم است هر یک از اعضای جامعه ریاضی دانشگاهی کشور، ارتباط مؤثری با آموزش و پرورش و انجمن معلمان ریاضی استان‌ها ایجاد نمایند و از این طریق برای ارتقا دانش معلمان ریاضی تلاش نمایند. آشنایی دانش آموزان با ریاضیات ناب از طریق درگیر کردن آنها در فرآیند حل مسئله پیش از این در خانه ریاضیات کرمان مجموعه‌ای از فعالیت‌ها تحت عنوان جشنواره خانه ریاضیات در دههٔ ریاضیات (اول تا دهم آبان) برگزار می گردید. در این جشنواره‌ها که تا کنون چندین دوره از آن برگزار شده است، چندین کارگاه برای دانش آموزان در سنین مختلف طراحی و اجرا گردید. دانش‌آموزان شرکت کننده در این جشنواره از سرتاسر استان انتخاب می‌شدند تا به این ترتیب فرصت برابر در اختیار همه قرار گیرد. در حاشیه این کارگاه‌های دانش آموزی، کارگاه ویژه معلمان ریاضی هم برگزار می‌شد. در این راستا یک طرح پژوهشی کشوری در مرکز پژوهشی ریاضی ماهانی، دانشگاه شهید باهنر کرمان تعریف شد. در این طرح پژوهشی، بخش های مختلفی برای مخاطبان مختلف (از جمله دانش‌آموزان، خانواده هایشان، و معلمان ریاضی) تدارک دیده شده و هدف اصلی آن آشنایی مخاطبان با ریاضیات ناب است. طراحان و مجریان کارگاه‌ها در این طرح پژوهشی، اساتید مجرب ریاضی از سرتاسر کشور هستند که تجربه کار با دانش آموزان و معلمان را دارند. در این زمینه، رایزنی‌های اولیه با برخی نهادها برای حمایت مالی از این طرح پژوهشی انجام شده است.

۶. سخن پایانی

در این مقاله به دو نوع افت ریاضی اشاره شد. افت نوع اول به عملکرد ضعیف دانش‌آموزان ایرانی در مطالعه بین المللی تیمز اشاره داشت و افت نوع دوم بیشتر در رسانه‌ها بازتاب یافته بود و به عدم تمایل دانش‌آموزان برای انتخاب رشته ریاضی–فیزیک در پایه دهم مربوط می‌شد. در این نوشتار ریشه هر دو نوع افت، عدم توجه به ریاضی ناب معرفی شد. ریاضی ناب همان ریاضیاتی است که افراد را برای زندگی آینده‌شان آماده می کند، حل مسئله‌ها برای یادگیرندگان لذت بخش و معنادار است. اما آنچه در سطح جامعه آموزشی کشور رواج پیدا کرده است، یادگرفتن روش های سریع محاسبه، نکات میان‌بر و مطالبی از این دست است که صرفاً فرد را برای آزمون های غیراستاندارد آماده می‌کند و در اینجا، این روش‌های محاسبه سریع و نکات میان‌بر به عنوان ضدمثال‌هایی برای ریاضی ناب معرفی شده‌اند. نتیجه عدم آشنایی دانش‌آموزان با ریاضیات ناب این است که یادگیری ریاضی برایشان بدون معنا می شود، در نتیجه در انجام ریاضی استرس دارند، چراکه آن را علمی بدون کاربرد و غیر مرتبط با زندگی واقعی‌شان می‌یابند. به زعم نگارنده، چالش اصلی (حلقه مفقوده) آموزش ریاضی در سطح آموزش عمومی کشور، فقدان آموزش ریاضیات ناب است. نهادهایی مانند خانه‌های ریاضیات که به دنبال ترویج ریاضی ناب هستند، برنامه های انحرافی از قبیل محاسبه سریع با استفاده از چرتکه را تایید نمی‌کنند. خانه‌های ریاضیات به دنبال تقویت قدرت حل مسئله و تفکر هستند، چرا که زندگی عرصه حل مسئله است. همه مشاغل به نوعی با مسئله ها دست و پنجه نرم می کنند. از معلم و پزشک گرفته تا رییس جمهور. پس ''بیایید از طریق یادگرفتن ریاضی ناب با اندیشه و تفکر، مسایل دنیای واقعی مان را حل کنیم''.

مراجع

[۱] ا. آرام (مترجم)، چگونه مسئله را حل کنیم؟ (جرج پولیا، ۱۹۴۵)، نشر کیهان، تهران، ۱۳۷۷.

[۲] آ. پروانه و ع. رجالی، هشدار به جامعه ریاضی ایران و علاقه‌مندان به توسعه پایدار کشور، مجله فرهنگ و اندیشه ریاضی ۳۸ (۱۳۹۸)، شماره ۲، ۳۵–۱۳.

[۳] ع. رجالی، ریاضیات چالش‌آور (بررسی خانه‌های ریاضیات در ایران)، مجله رشد آموزش ریاضی ۱۰۷ (۱۳۹۱) ۵۵–۵۴.

[۴] ا. رفیع‌پور، خانه‌های ریاضیات: تبیین نقش بی‌بدیل آن‌ها در عمومی‌کردن ریاضیات، دوفصلنامه ترویج علم انجمن ترویج علم ایران، ۵ (۱۳۹۲) ۶۲–۵۹.

[۵] ک. عبدالله‌پور و ا. رفیع‌پور، پدیدارشناسی چرخه مدلسازی دانش‌آموزان پایه نهم در حل یک مسئله اصیل، فناوری آموزش ۱۱ (۱۳۹۶)، شماره ۳، ۲۴۸–۲۳۷.

[۶] ز. گویا، یادداشت سردبیر، مجله رشد آموزش ریاضی، ۴۸ (۱۳۷۶) ۴–۳.

[۷] ا. مرادعلی‌زاده و ا. رفیع‌پور، ریاضیات قومی: مطالعه قوم‌نگاری فرشبافان کرمانی، فصلنامه تعلیم و تربیت ۱۳۱ (۱۳۹۶)، شماره ۳، ۵۴–۳۵.

[8] B. Barton, *Cultural and social aspects of mathematics education: responding to Bishop's challenge,* In: P. Clarkson, N and Presmeg (Eds.) In critical issues in mathematics education, pp. 121-134. Springer, New York, 2008.

[9] M.A. Clements and N.F. Elerton, *Mathematics Education Research: Past, Present, and Future,* UNESCO Principal Regional Office for Asia and Pacific, Bangkok, 1996.

[10] U. D'Ambrosio, *Ethnomathematics link between traditions and modernity,* Sense Publishers, Rotterdam-Taipei, 2001.

[11] H. Gardner, *Intelligence Reframed Multiple Intelligences for 21st Century,* Basic Books, NewYork, 1999.

[12] H. Gardner, *Five Minds for Future,* Harvard Business School Press, New York, 2006.

[13] Z. Gooya and S. Gholamazad, *An overview of changes in school mathematics curriculum in Iran,* In: Proceeding of ICMI Study 24: School Mathematics Curriculum Reforms: Challenges, Changes, and Opportunities. Tsukuba, pp. 125-132, 2018.

[14] W.C. Higginson, *Freire, D'Ambrosio, oppression, empowerment and mathematics: Background notes to an interview,* For The Learning of Mathematics, **17** (3) (1993) 3–4.

[15] G. Kaiser and B. Schwarz, *Mathematical modelling as bridge between school and university,* ZDM-The International J. Math. Ed. **36**(2) (2006) 196-208.

[16] R.J. Milgram, *What is mathematical proficiency?* In: Alan H. Schoenfeld (ed.), Assessment Mathematical Proficiency, pp.31-58, Cambridge University Press, New York, 2007.

[17] I.V.S. Mullis, M.O. Martin, P. Foy and M. Hooper, *TIMSS 2015 International Results in Mathematics,* Retrieved from Boston College, TIMSS PIRLS International Study Center website: http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/international-results, 2016.

[18] M. Stephan, *Embeding algorithmic thinking more clearly in the mathematics curriculum,* In: Proceedings of ICMI Study 24: School Mathematics Curriculum Reforms: Challenges, Changes, and Opportunities. Tsukuba, pp. 483–490, 2018.

[19] L. Verschaffel, *Taking the modeling perspective seriously at the elementary school level: promises and pitfalls (plenary lecture),* In: A.D. Cockburn and E. Nardi (eds.), Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, pp. 64–80, Norwich, England University of East Anglia, 2002.